Prof. Dr. Alfred Toth

Mereotopologische Formalisierung des Interpretantenbezugs

1. Wie aus bisherigen, über die ganze semiotische Literatur verteilten Versuchen einer mengentheoretisch-topologischen Formalisierung des Interpretatenbezuges bekannt ist, entzieht sich das Argument als „vollständiger“ Konnex natürlich insofern dem mathematischen Zugang, als Punktmengen entweder offen oder geschlossen (oder beides zugleich), aber nicht „vollständig“ sein können, wenigstens dann, wenn nicht von metrischen Räumen die Rede ist, in denen jede Cauchy-Folge konvergiert. Das ist aber gerade nicht gemeint, wenn Peirce als Beispiele für „vollständige Konnexe“ etwa die Schlussfiguren der Logik oder poetische Figuren (wie z.B. das Sonett) angibt.

2. Um das Problem des Arguments zu lösen, schlage ich hier eine neue Formalisierung des Interpretantenbezugs auf der Basis der Mereotopologie von Smith (1996) vor. Dazu müssen lediglich eine aus der Mengentopologie bekannte Begriffe etwas umdefiniert werden (B = boundary/Rand, P = part/Teil, IP = innerer Teil).

2.1. Hülle (closure) für $x \neq 1$:

$cl(x) := x \cup \sigma y(yBx)$

Diese Definition erfüllt die drei Kuratowski-Axiome:

2.1.1. $xPcl(x)$

2.1.2. $cl(cl(x)) = cl(x)$

2.1.3. $cl(x \cup y) = cl(x) \cup cl(y)$.

Eine Entität ist somit abgeschlossen (closed) gdw sie mit ihrer Hülle identisch ist. Eine Entität ist dicht (dens) gdw gilt $cl(x) = 1$.

2.2. Der maximale Rand von x:

$bdy(x) := \sigma y(yBx)$

garantiert den mereotopologischen Anschluss an die gewöhnlcihe topologische Definition des Randes als Durchschnitt von Hülle einer Entität mit der Hülle ihres Komplements. Entsprechend geht die Definition des Kerns (interior):

$int(x) := \sigma y(yIPx)$,

d.h. eine Entität ist offen gdw sie mit ihrem Kern identisch ist. (Eine Entität ist offen gdw ihr Komplement abgeschlossen ist.)

3. Damit haben wir die mereotopologischen (einschliesslich ihrer korrespondierenden topologischen) Definitionen für Rhema (3.1) und Dicnet (3.2) im Sinne von offenen und abgeschlossenen semiotischen Interpretantenbezügen. Nun können wir noch das Argument (3.3) im Sinne eines vollständigen Interpretantenbezugs definieren. Trivialerweise könnte man auf die Idee kommen, x als Entität zu setzen und somit σx, d.h. die Summe aller Entitäten dieser Welt als „vollständigen“ Konnex zu nehmen. Wie Smith (1996) aber sehr schön sagt, ist mein Bein unzweifelhaft ein Teil von mir, aber nur deshalb, weil ich Ungar bin, ist mein Bein noch nicht ungarisch. Die Definition der topologischen Vollständigkeit steht und fällt somit mit der Reichweise des Prädikates von σ ($\sigma x(\varphi x)$). Die Summe der „φers“ wird deshalb so definiert, dass die Entität y, wenn eine Entität w gegeben ist, mit y überlappt (overlaps) gdw w mit einer Entität überlappt, auf die φ zutrifft:

$\sigma x(\varphi x) := \iota y(\forall w(wOy \equiv \exists \nu\ (\varphi \nu \wedge wO\nu)))$,

so dass man beweisen kann:

$y = \sigma x(\varphi x) \rightarrow \forall x(\varphi x \rightarrow xPy)$,

womit wir die gesuchte Definition für Argumente (3.3) gefunden haben.

Bibliographie

Smith, Barry, Mereotopology: A Theory of Parts and Boundaries. In: Data and Knowledge Engineering 20, 1996, S. 287-303 6.1.2011